

Die Astronomie und unser Weltbild

von Dieter Kasan † und David Walker

Veröffentlicht in POLARIS 2/2011,
durchgesehene, erweiterte Version vom Februar 2014.

Dieser Artikel ist die Ausarbeitung eines Vortrages, den ich in verschiedenen Versionen hielt: bei Führungen, am *Tag der Wissenschaft 2010* in der Lübecker St.-Petri-Kirche sowie als Abendvortrag in der Sternwarte Lübeck im Februar 2014. Auf die Idee, mich dieses Themas anzunehmen, brachte mich ein von Dieter Kasan verfaßtes Manuskript zu diesem Themenbereich, das für ein Kapitel eines Physikbuches vorgesehen war. Dieses Manuskript übergab er mir zum Korrekturlesen. Ich muß mich einmal erkundigen, was daraus geworden ist. Teile dieses Artikels sind in Inhalt und Gliederung zum einen an dies Manuskript, zum anderen an Dieter Kasans Astronomie AG angelehnt, die er u. a. an seinem Gymnasium in Ratzeburg anbot.—Die in Vorträgen übliche Form, die Zuhörer direkt anzusprechen, wurde in diese schriftliche Ausarbeitung übernommen.

D. W.

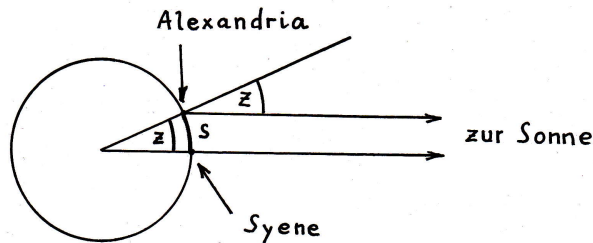
1 Der Umfang der Erde

Weltbild: das bedeutet doch das Bild, die Vorstellung, welche wir Menschen uns von der Welt, darin wir leben, machen. Lassen Sie mich mit unserem Heimatplaneten beginnen und Ihnen berichten, wie ein Astronom längst vergangener Zeiten den Umfang der Erde bestimmte, das *Weltbild* auf diese Weise also mit einer Größenangabe versah. Eratosthenes hieß er.

„Früher glaubte man, die Erde wäre eine Scheibe“, diesen Satz hat wohl jeder von uns schon einmal gehört. Dieses „früher“ liegt aber sehr lange zurück, denn bereits den alten Griechen war die Kugelgestalt der Erde bekannt. Einer von ihnen, der besagte Eratosthenes, bestimmte um 250 v. Chr. ihren Umfang.

Eratosthenes lebte in Ägypten, das damals eine griechische Kolonie war. Ihm war aufgefallen, daß die Sonne in Syene, dem heutigen Assuan, am Sommeranfang mittags senkrecht am Himmel stand, in dem 790 km nördlich gelegenen Alexandria dagegen zu dem gleichen Zeitpunkt eine Zenitdistanz von $7^\circ 1'$ aufwies. Schauen wir uns dazu die Abb. 1 auf der Seite 2 an.

Wichtig ist, daß (1) der Winkel von $7^\circ 1'$ am Erdmittelpunkt wieder auftritt („Zentriwinkel“), (2) die Entfernung zwischen Syene und Alexandria bekannt ist



$$z = 7.1^\circ, \quad s = 790 \text{ km}.$$

Abbildung 1: Die Bestimmung des Erdumfanges nach Eratosthenes. Während die Sonne über Syene senkrecht steht, besitzt sie in Alexandria eine Zenitdistanz von $z = 7.1^\circ$. Die Entfernung zwischen diesen beiden Orten beträgt $s = 790 \text{ km}$. Mit diesen Daten folgt der Erdumfang aus einer einfachen Dreisatzrechnung, die im Text ausgeführt wird.

und (3) beide Orte auf demselben Meridian oder Längengrad liegen. Was den dritten Punkt angeht, so hatte Eratosthenes Glück, denn das damals bewohnbare Ägypten zog sich entlang des Niles hin, der ziemlich genau von Süden nach Norden fließt.

Die Berechnung des Erdumfanges ist jetzt mit einem einfachen Dreisatz möglich:—

$$\begin{aligned} 7.1^\circ &\hat{=} 790 \text{ km} \\ 1^\circ &\hat{=} \frac{790 \text{ km}}{7.1} = 111.2676 \text{ km} \\ 360^\circ &\hat{=} 111.2676 \text{ km} \cdot 360 = \underline{\underline{40\,057 \text{ km}}} \end{aligned}$$

(Der Tabellenwert beträgt $39\,942 \text{ km}$.)

So war durch eine astronomische Beobachtung die Größe unserer Erde zu einer berechenbaren Angelegenheit geworden.

Sie finden dies auch z. B. im dtv-Atlas zur Astronomie [1], was ebenso für das nächste Kapitel gilt. Eine gute Darstellung findet sich ferner in dem Schulbuch von METZLER [2].

2 Die Entfernung von Sonne und Mond

2.1 Das Verhältnis dieser Entfernungen

Steht der Mond exakt im ersten oder letzten Viertel, so bilden Erde, Sonne und Mond ein rechtwinkliges Dreieck, der rechte Winkel liegt am Mond, wie in der Abb. 2 gezeigt.

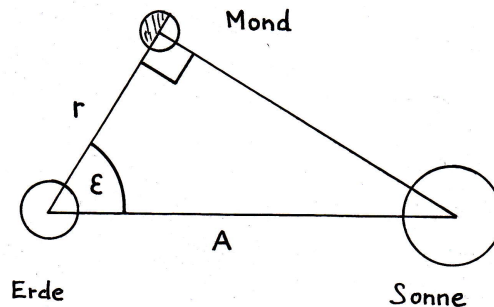


Abbildung 2: Die Stellung von Erde, Sonne und Mond zum Zeitpunkt des ersten Viertels: sie bilden ein rechtwinkliges Dreieck. Der Winkel ε ist der Winkelabstand zwischen Sonne und Mond am Himmel und somit eine meßbare Größe. Das Verhältnis der Entfernungen Erde–Mond, r , und Erde–Sonne, A , ist gleich $\cos \varepsilon$.

Der Winkel ε , der an der Erde liegt, ist eine meßbare Größe, nämlich der Winkelabstand von Mond und Sonne am Himmel. Erinnern wir uns nun an die Trigonometrie, dann sehen wir, daß r , die Entfernung Erde–Mond, die Ankathete von ε und A , die Entfernung Erde–Sonne, die Hypotenuse dieses Dreiecks ist. Also ist ihr Verhältnis der Cosinus dieses Winkels:

$$\frac{r}{A} = \cos \varepsilon .$$

Aristarch bestimmte um 300 v. Chr. dies Verhältnis, indem er den Winkel ε maß, und fand einen Wert von $1/19$ [1], der auch noch zu Keplers Zeiten akzeptiert war [2]. Er glaubte übrigens bereits an das heliozentrische System [1], [2].

Da Mond und Sonne am Himmel gleich groß erscheinen, müssen ihre Durchmesser im gleichen Verhältnis stehen: $1/19$ nach Aristarch.

Tatsächlich beträgt das Verhältnis der beiden Entfernungen und damit ihrer Durchmesser $1/390$. Wie konnte Aristarch so weit danebenliegen?—Der Schuldige ist in diesem Fall der Cosinus. Für Winkel nahe 90° ändert er sich sehr stark, wenn man den Winkel selbst auch nur ein wenig verändert. Wie Sie anhand der letzten Gleichung selbst nachrechnen können, maß Aristarch einen Winkelabstand von $\varepsilon = 87^\circ$ zwischen Mond und Sonne im ersten bzw. letzten Viertel, um auf seinen Wert von $r/A = 1/19$ zu kommen. Setzt man dagegen den wahren Wert $1/390$ ein, so findet man, daß in Wahrheit dieser Winkelabstand nicht 87° , sondern $\varepsilon = 89^\circ 51' 10''$ beträgt. Die Abweichung des von Aristarch gefundenen 87° -Winkels hiervon ist nicht allzu groß, bedenkt man die damalige Zeit: es sind lediglich gut 3 %. Aber die Auswirkung ist, des Cosinus wegen, erheblich: mehr als 1900 %.

2.2 Die Entfernungen selbst

Kennt man den Erddurchmesser, läßt sich die Entfernung von der Erde zum Mond z. B. bei totalen Mondfinsternissen bestimmen. Geht man von annähernd parallelem Sonnenlicht aus, so ist die Breite des Erdschattens etwa gleich dem Erddurchmesser: knapp 13 000 km, siehe Abb. 3.

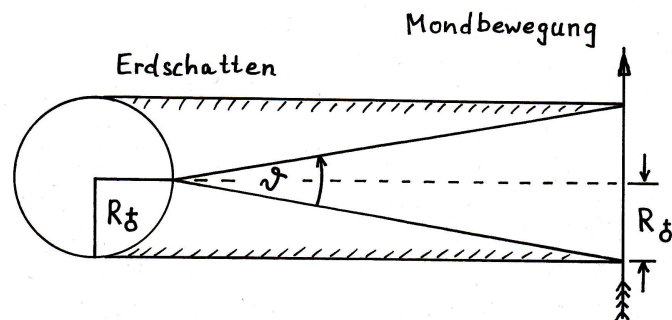


Abbildung 3: Die Situation bei einer totalen Mondfinsternis. Der Mond (Pfeil) bewegt sich durch den Erdschatten hindurch. Der Winkelabstand ϑ am Himmel zwischen dem Eintrittspunkt des Mondrandes in den und seinem Austrittspunkt aus dem Erdschatten ist meßbar. Bei bekanntem Erdradius und unter der Annahme annähernd parallelen Sonnenlichtes läßt sich die Entfernung Erde–Mond ausrechnen.

Mißt man am Himmel den Winkelabstand zwischen dem Eintritts- und dem Austrittspunkt des Mondrandes in den bzw. aus dem Erdschatten, so weiß man, unter welchem Winkel ϑ der Erddurchmesser in der Mondentfernung erscheint (Abb. 3). Damit aber kann die Entfernung Erde–Mond sofort ausgerechnet werden.* Dies möchte ich Ihnen als Übungsaufgabe überlassen, wenn Sie mögen. Die Lösung ist

$$r = R_E (1 + \operatorname{ctg} \frac{1}{2} \vartheta) .$$

Ferner können Sie beim Betrachten einer totalen Mondfinsternis feststellen, daß der Mond am Himmel etwa $\frac{1}{3}$ mal so groß erscheint wie der Winkeldurchmesser des Erdschattens. Also muß der Mondradius etwa $\frac{1}{3}$ des Erdradius betragen.

Da man das Verhältnis der Entfernungen Erde–Mond und Erde–Sonne kennt (1/19 nach Aristarch), kann letztere jetzt ebenfalls ausgerechnet werden. Aus den bekannten Gesichtswinkeln, unter denen Sonne und Mond am Himmel erscheinen, erhält man schließlich auch noch die Durchmesser dieser beiden Himmelskörper in Kilometern.

*Aristarch führte seine Untersuchungen *vor* der Bestimmung des Erdumfanges durch Eratosthenes durch. Der Erdradius R_E war ihm noch unbekannt. Daher waren ihm auch die absoluten Werte der Entfernungen nicht bekannt. Dieter Kasan ging bei seiner Stoffauswahl nicht chronologisch vor, sondern nach zunehmender Entfernung: erst die Erde, dann Mond und Sonne.

Waren die Unsicherheiten teilweise auch noch enorm, man bedenke nur das angenommene Verhältnis von $1/19$ der Entfernungen Erde–Mond zu Erde–Sonne, so war doch das Weltbild der Antike bereits so weit entwickelt, daß man Vorstellungen von den Abmessungen unserer nächsten kosmischen Nachbarschaft hatte. Die Quelle dieser Erkenntnis war die, wissenschaftlich betriebene, Astronomie. Verlassen wir nun aber die alten Griechen und die Antike, und wenden wir uns den Jahren um 1600 zu, in denen man begann, durch gewissenhafte Positionsmessungen die Bahnen der Planeten zu erkunden.

3 Das Weltbild wird wieder heliozentrisch

3.1 Die Sonne als Mittelpunkt

Das geozentrische Weltbild geht wohl auf Ptolemäus zurück. Er lebte um 100 nach Christi Geburt, also 300 Jahre nach Aristarch, der schon von einer heliozentrischen Welt ausging. Um 1600 herum wurde das *geozentrische* Weltbild (mit der Erde als Mittelpunkt) endgültig durch das *heliozentrische* (mit der Sonne als Mittelpunkt) abgelöst. Dies wird Copernicus zugeschrieben.

Galileo Galilei war nicht weit davon entfernt, auf dem Scheiterhaufen zu sterben. Bisher ging ich davon aus (und, so glaube ich, viele von Ihnen ebenfalls), der wesentliche Grund hierfür sei gewesen, daß er die Lehre vom heliozentrischen Weltbild vertrat. Interessant ist aber in diesem Zusammenhang, daß Kepler, in Prag, zu derselben Zeit, da Galilei in Italien quasi schon mit einem Bein auf dem Scheiterhaufen stand, unbehelligt an seinem heliozentrischen Weltbild arbeiten konnte: 1616 wurde Galilei von der Inquisition verwahrt, und 1633 verurteilte sie ihn zu lebenslänglichem Hausarrest [3], dagegen veröffentlichte Kepler 1609 die ersten beiden, 1619 das dritte seiner Gesetze. War Prag einfach zu weit von Rom und dem Papst entfernt? Das Klima dort war offenbar recht liberal, denn Kepler war von Graz aus dorthin übersiedelt, weil Graz unter den Einfluß der Gegenreformation geraten war [4].—Nein, es lag doch wohl eher an der Person Galileis und der Art, in der er seine Lehre der Kirche gegenüber vertrat.

Der Religion lief das heliozentrische Weltbild offenbar nicht zuwider. So hatte der evangelische Kepler, was vielen von Ihnen neu sein dürfte, ursprünglich Theologie studiert, und sein—heliozentrisches!—Weltbild war *religiös* geprägt [5]. Er war in dem festen Glauben, daß die Mathematik und die Logik, neben Gott selbst, ewig seien und der vollkommene Gott gar nicht anders konnte, als die Welt genau nach deren Gesetzmäßigkeiten zu erschaffen. Er selbst nun, Kepler, fühlte sich durch göttliche Vorsehung berufen, eben diese Gesetzmäßigkeiten herauszufinden und den Menschen, zum Ruhme Gottes, zu offenbaren. Dies dürfte die Quelle der Kraft gewesen sein, mit der er diese Riesenarbeit zu leisten imstande war. So schildert es Ernst Kühn in seinem sehr lesenswerten Aufsatz [5].—War es tatsächlich so, daß das heliozentrische Weltbild für die römische Kirche Ketzerei war, während der lutherische Theologe Kepler hierin Gottes Wirken selbst offenbart sah?

Dieser Standpunkt ist nicht haltbar. Der Astronom Copernicus—dies dürfte einige unter Ihnen überraschen—war, wie Kepler, Theologe, allerdings ein katholischer: während der letzten Jahrzehnte seines Lebens wirkte er als Domherr in Frauenburg in Ostpreußen. Er selbst—und auch die römische Kirche—sahen das heliozentrische Weltbild keineswegs als Ketzerei an—*und das etwa 100 Jahre vor Galilei!* Die Probleme, die Galilei mit der Kirche bekam, hatten ihre Ursache nicht primär darin, daß er ebenfalls das heliozentrische Weltbild vertrat. Wie ich von Frau Prof. Dr. Wolf Schmidt von der Geschichte der Naturwissenschaften der Universität Hamburg erfuhr, lagen sie eher darin begründet, daß Galilei die wissenschaftliche Erkenntnis über den Glauben stellte und für Gott keinen Platz in seinem Weltbild ließ. Diese Meinung war es, nicht so sehr die heliozentrische Lehre, welche die damalige Kirche nicht akzeptieren konnte: die war für die damalige Zeit noch zu modern: das heißt ketzerisch.

Zurück zu Kepler! Seine Arbeitsweise wie auch die Deutung seiner Ergebnisse waren, bei aller religiöser Motivation, streng naturwissenschaftlich. Hierin war er Astronom, nicht Theologe. (Gleiches läßt sich über Copernicus sagen.) Die Grundlage seiner Arbeit bildeten Tycho Brahes Vermessungen der Planetenbahnen. Die beiden hatten in Prag für eine kurze Zeit, bis zu Brahes Tod, zusammengearbeitet. Danach wurde Kepler sein Nachfolger als Kaiserlicher Mathematiker und erbt gleichsam Brahes umfangreiches Beobachtungsmaterial [5]. Man gewinnt einen Eindruck davon, welche eine gigantische Arbeit Kepler im folgenden leistete, wenn man die Jahreszahlen zur Kenntnis nimmt: 1601 wurde Kepler Brahes Nachfolger, 1609 veröffentlichte er die ersten beiden und erst 1619 das dritte Keplersche Gesetz. Neben dem schon erwähnten Aufsatz von Ernst Kühn [5] möchte ich diejenigen von Ihnen, die an Details interessiert sind, auf Volker Bialas [4] verwiesen.

Galileo Galileis Werk habe ich hier, ungerechterweise, nur wenig Raum gewidmet. Er war der erste Astronom, der ein Fernrohr einsetzte und hat auf diese Weise ganz erheblich zu unserem Weltbild beigetragen. Besonders erwähnen möchte ich die Entdeckung, daß die Jupitermonde ein Planetensystem im Kleinen bilden. Wie ich Ihnen schon erzählte, geriet er mit der Publikation seiner Forschungsergebnisse und seiner streng auf Erkenntnis fußenden Haltung in einen lebensgefährlichen Konflikt mit der römisch-katholischen Kirche.

Lassen Sie mich noch ein Wort zu der römischen Kirche sagen. Sie war und ist *nicht* generell wissenschaftsfeindlich. Denken Sie nur an die Einführung des Gregorianischen Kalenders im Jahre 1582. Er basierte auf den Arbeiten Copernici.

Eine Kalenderreform war notwendig geworden, weil der alte, julianische, Kalender nicht mehr mit den Jahreszeiten übereinstimmte. Die Jahreslänge ist per definitionem der Zeitraum von einem Frühlingsanfang bis zum nächsten und zwar $365^d.2422$. Das sind übrigens etwa 20^m weniger als die Umlaufzeit der Erde um die Sonne, was an der Präzession, einer langsamen Verschiebung der Erdachse liegt. Da man das Kalenderjahr in ganzen Tagen zählen muß, damit man um Mitternacht und nicht morgens um sechs Silvester feiern kann, benötigt man Schaltjahre, denn sonst summieren sich die $0^d.2422$ nach gut vier Jahren zu einem ganzen Tag auf,

so daß der Frühlingsanfang von dem 21. März auf den 22. März rutschen würde. Entsprechendes geschähe mit den Anfangsdaten der anderen Jahreszeiten. Die Jahreslänge muß sehr genau bestimmt werden, damit der Kalender und die tatsächlichen Jahreszeiten nicht auseinanderlaufen, was bei dem julianischen Kalender geschehen war. Copernicus hatte als Jahreslänge 365^d2425 herausgefunden. Ein hierauf basierender Kalender wurde daraufhin durch Papst Gregor XIII eingeführt. Die Schaltregel ist: alle vier Jahre kommt ein Tag hinzu (Feb. 29), volle Hunderter aber sind keine, volle Vierhunderter dagegen sind Schaltjahre. So brachte man die 0^d2425 unter.

Wenn Sie diesen Kalender mit der tatsächlichen Jahreslänge vergleichen, stellen Sie fest, daß der Fehler nur $3/10\,000$ Tage beträgt oder einen Tag in 3333 Jahren. So genau konnte Copernicus damals schon messen. Die römisch-katholische Kirche nahm astronomische Erkenntnisse durchaus ernst.[†]

3.2 Das Gravitationsgesetz

Kepler zeigte, *wie* sich die Planeten um die Sonne bewegen. Nachdem Newton sein Gravitationsgesetz gefunden hatte, 1687, verstand man, *warum* sich die Planeten in dieser Weise bewegen. Die genaue Analyse der Bahn des Uranus, in Verbindung mit dem Gravitationsgesetz, führte 1846 sogar zu der Entdeckung des Neptun. Das heliozentrische Weltbild war damit abgeschlossen. Aber *eine* Sache fehlte noch, nämlich der *Beweis*.

3.3 Die jährliche Sternparallaxe

Ein Einwand schwebte im Raum, und das war dieser: Wenn sich die Erde um die Sonne bewegt, dann muß sich dies in einer scheinbaren Bewegung naher Sterne am Himmel widerspiegeln, wie es in der Abb. 4 gezeigt ist (Seite 8).

Je nach Blickrichtung, ist diese Bewegung eine mehr oder weniger exzentrische Ellipse an der Himmelskugel, nämlich die Projektion der Erdbahn. Stark übertrieben, hätte man im Fernrohr, über ein Jahr hinweg, den in Abb. 5 gezeigten Anblick: ein uns naher Stern würde in bezug auf die anderen, *viel weiter entfernten Sterne*, die dort gezeigte Ellipse durchlaufen.

Der Winkel ϖ (das ist ein Schreibschrift- π , im Englischen “curly π ”),[‡] unter dem die große Halbachse dieser Ellipse erscheint, heißt Parallaxe und wird auch oft mit π , seltener mit p bezeichnet. ϖ entspricht zugleich dem Gesichtswinkel der großen Halbachse der Erdbahn, vom Stern aus betrachtet. Wichtig ist, daß ϖ von der Erde aus meßbar ist.

[†]Das ist auch heute noch so. Der Vatikan organisierte in unserer Zeit mehrere wissenschaftliche Konferenzen zu kosmologischen Themen. Darüber hinaus verfügt er über eine eigene Sternwarte, an der wissenschaftlich gearbeitet wird. Es sei schließlich auf den Orden der Jesuiten hingewiesen, der sich sehr für die Wissenschaften interessiert.

[‡]In der neuesten Auflage des *Abriß der Astronomie* wird das Schreibschrift- π ϖ empfohlen, um der Verwechslungsgefahr mit der Kreiszahl π zu entgehen.

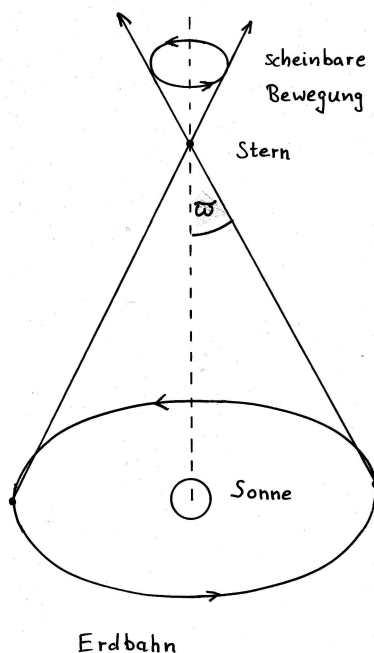


Abbildung 4: Darstellung der jährlichen Parallaxe. Ein naher Stern beschreibt vor dem Hintergrund ferner Sterne im Laufe eines Jahres eine Ellipse, die der Erdbahn entspricht. Hier wurde angenommen, daß sich der Stern am Pol der Ekliptik befindet. Ist das nicht der Fall, beschreibt der Stern aufgrund der Projektion eine stärker exzentrische Ellipse. p , die Parallaxe, ist ein von der Erde aus meßbarer Winkel.

Solche *jährlichen Sternparallaxen* beobachtete man zunächst nicht. Hierfür konnte es zwei Gründe geben: (1) die Sterne sind allesamt sehr weit entfernt oder (2) die Erde bewegt sich doch nicht, und das heliozentrische Weltbild ist zwar eine mathematisch mögliche Beschreibung der Planetenbewegungen, aber eben doch nicht Realität.

Im Jahr 1838 gelang es schließlich Friedrich Wilhelm Bessel in Königsberg (unweit der Wirkungsstätte Copernici), die Parallaxe des Sternes 61 Cygni zu messen. Vermittelt eines Heliometers fand er einen Wert $p = 0''.32$ [6] (*Allen's Astrophysical Quantities* geben $0''.287$ für 61 Cyg A und $0''.285$ für 61 Cyg B an). Wegen der Kleinheit der Parallaxen konnten sie erst gemessen werden, nachdem die Instrumente genau genug geworden waren, was erst zu diesem betrachteten Zeitpunkt der Fall war. Weitere Parallaxenmessungen folgten bald darauf.

Jetzt konnte es keinen Zweifel mehr geben: die Erde bewegt sich tatsächlich, und Keplers heliozentrisches Weltbild ist reell.

Hiermit war der Weg in die Welt der Sterne offen: man konnte die Entfernungen zu unseren Nachbarsternen messen. Das astronomische Entfernungsmaß, 1 Parsec

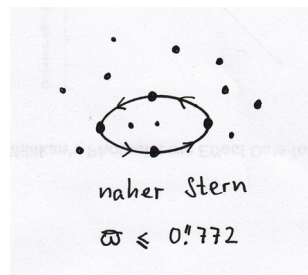


Abbildung 5: Darstellung der Ellipse, die ein naher Stern im Laufe eines Jahres unter den scheinbar benachbarten, *wesentlich weiter entfernten* Sternen durchläuft. Angedeutet sind vier Positionen des Sternes, die er jeweils nach einem Vierteljahr einnimmt. Die große Halbachse dieser Ellipse ist ein Winkel am Himmel. Man bezeichnet ihn als die *jährliche Parallaxe* ϖ (π , in Schreibschrift) des Sternes. Die Darstellung ist stark übertrieben, denn die Parallaxe liegt immer unter $\varpi = 1''$ (angegeben ist die des nächsten Sternes, Proxima Centauri: $\varpi = 0''.772$).

(abgekürzt pc), ist ein Kunstwort aus „Parallaxe“ und „Sekunde“. Die Entfernung in Parsec ist der Kehrwert der Parallaxe, genommen in Bogensekunden. Kennt man die Entfernung Erde–Sonne (seit Aristarch und Eratosthenes!), kann man 1 pc in Kilometer umrechnen: 3×10^{13} km, kennt man auch noch die Lichtgeschwindigkeit, kann man 1 pc in Lichtjahren (lyr) angeben: 3.26 lyr.—Unser Weltbild hatte die Sterne erreicht!

Die Parallaxe ist die unterste Sprosse der kosmischen Entfernungsleiter. Sie trägt nicht sehr weit: noch als Student lernte ich, daß mit dieser Methode nur Entfernungen bis etwa 100 pc gemessen werden können. Der Satellit HIPPARCOS konnte, ungehindert durch die ständig die Bilder verschmierende Erdatmosphäre, diese Meßmethode weiter in die Tiefe unserer Milchstraße hineinragen: von 118 000 Sternen bestimmte Hipparcos Parallaxen, davon aber sind nur 49 399 mit einem Fehler von weniger als 20 % behaftet [6]. In unserer Wissenschaft geht es um Objekte in äußerst großen Entfernungen, und da müssen wir—bis heute—mitunter mit großen Meßfehlern leben.

Aufbauend auf den Parallaxen, konnte man weiter reichende Bestimmungsmethoden für die Entfernungen von Sternen entwickeln, die vorzustellen nicht Gegenstand dieses Vortrages sind. Die Kenntnis dieser Entfernungen erlaubt aber, ein Weltbild unserer Nachbarschaft zu erkennen:

Wir leben in einem Spiralnebel, einer „Balkenspirale“, dessen Durchmesser ca. 100 000 lyr beträgt. Unsere Sonne ist ca. 30 000 lyr vom Zentrum entfernt.

4 Wie groß ist das Weltall?

Diese Frage bewegte die Gemüter zu Beginn des 20. Jahrhunderts heftig. Es gab noch keine Möglichkeit, die Entfernungen zu den Spiralneben zu messen: für al-

le innerhalb der Milchstraße anwendbaren Methoden waren sie viel zu weit entfernt.—Waren sie nun aber Teil der Milchstraße, wie Shapley und andere glaubten, oder waren sie eigenständige „Welteninseln“, gleich unserer eigenen Milchstraße?

Edwin Hubble konnte diese Frage entscheiden. Es gelang ihm, mit dem 100" im Durchmesser messenden Teleskop auf dem Mount Wilson, damals das größte Fernrohr der Welt, den Andromeda-Nebel nicht nur in einzelne Sterne aufzulösen, sondern auch, unter diesen einige *Cepheiden* zu finden. Cepheiden sind Sterne, die ihre Helligkeiten mit einer strengen Periode verändern. Es gibt kurz- und langperiodische Cepheiden. Das Gute an ihnen ist, daß man weiß, wie hell sie wirklich sind. Es gibt eine Perioden-Leuchtkraft-Relation: je länger die Periode, desto heller der Cepheid.

Objekte mit bekannter Helligkeit nennt man in der Astronomie „Standardkerzen“, auch wenn sie mit Kerzenlicht wenig zu tun haben. Nun hatte Hubble im Andromeda-Nebel solche Standard-Kerzen entdeckt, und damit konnte er die Entfernung zu diesem Nebel angeben: 900 000 Lichtjahre.

Dieser Wert war viel zu klein, heute wissen wir, daß diese Entfernung 2 360 000 Lichtjahre beträgt. Hier jedoch möchte ich Sie an Aristarch erinnern, der mit seinem Resultat, die Sonne sei nur 19 mal weiter von der Erde entfernt als der Mond, noch weiter daneben lag.—Dennoch: ein weiterer Mosaikstein unseres Weltbildes wurde durch Hubble hinzugefügt:

Wir leben in einem riesigen Weltall, dessen Bausteine Galaxien wie unsere Milchstraße sind (damals nannte man sie generell „Nebel“).

Das „Reich der Nebel“ (Hubble: „Realm of the Nebulae“) war vermeßbar geworden! Dies bedeutete den Anfang der wissenschaftlichen Kosmologie. 1923 war das. Einen schönen Artikel hierzu finden Sie in *STERNE UND WELTRAUM* [7].

5 Das expandierende Weltall

Das Weltall ist nicht statisch. Einstein hatte mit seiner allgemeinen Relativitätstheorie das theoretische Gebäude bereitgestellt, um das Weltall im Großen beschreiben zu können.—Was dann aber von anderen geliefert wurde, gefiel ihm nicht: der Russe Friedmann fand heraus, daß das Weltall sich entweder ausdehnen oder kollabieren müsse, wenn Einsteins Theorie richtig sei. Der belgische Priester und Physiker Georges Lemaître entdeckte dies *erneut*. (Hier lernen Sie nach Copernicus und Kepler den dritten Theologen kennen, der sich mit Astronomie beschäftigte.)—Warum „erneut“?

Lemaître kannte Friedmanns Arbeit nicht, denn Einstein hatte alles getan, sie nicht bekannt werden zu lassen (siehe [8] und die Literaturzitate dort). Lemaître führte die Idee des Urknalles in unser Weltbild ein: wenn das Weltall heute expandierte, dann mußte es einen Anfangszustand mit jeweils unendlicher Dichte und Temperatur sowie unendlichem Druck gegeben haben. Diesen Zustand nannte er noch nicht *Urknall*, sondern „Uratom“. Da er Theologe war, hatte er mit der Idee eines Schöpfungsaktes gewiß keine Schwierigkeiten.

Friedmann und Lemaître sagten ein Universum vorher, indem sich jede Galaxie von jeder entfernt—wenn sie nicht gravitativ aneinander gebunden sind, also beispielsweise eine Galaxiengruppe oder einen -haufen bilden—, ohne daß es einen Mittelpunkt des Weltalls gäbe. Das heißt: Für jeden Beobachter scheint das expandierende Weltall genau gleich auszusehen, wo immer er sich befinden mag.

Es gibt nur ein Strömungsfeld, das diese Eigenschaft hat, und das sieht so aus, daß die Fluchtgeschwindigkeit einer Galaxie proportional mit ihrer Entfernung zunimmt,—so, wie es in der Abbildung 6 gezeigt ist.

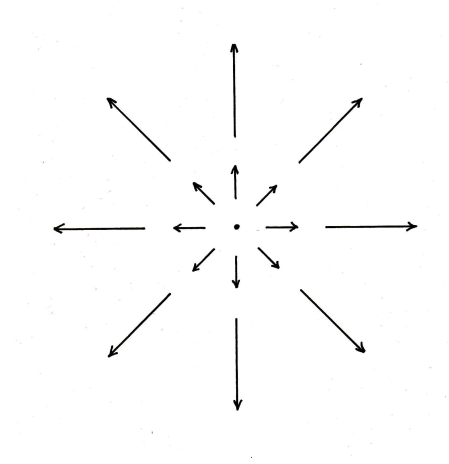


Abbildung 6: Die Geschwindigkeit, mit der sich die Galaxien von uns (Bildmitte) entfernen, nimmt proportional mit deren Entfernung zu.

Fluchtgeschwindigkeiten lassen sich leicht anhand einer Rotverschiebung der Fraunhofer-Linien in den Spektren der Galaxien messen, also sollten Friedmanns und Lemaîtres theoretischen Vorhersagen überprüfbar sein.

Carl Wirtz in Kiel war der erste, der durch die Auswertung entsprechender Beobachtungen zeigen konnte, daß die Fluchtgeschwindigkeiten der Galaxien (der „Nebel“, wie man damals sagte) tatsächlich mit wachsender Entfernung immer größer zu werden schienen. Hubble belegte das kurz darauf mit wesentlich besseren Zahlen [8], denn ihm standen ja, anders als Wirtz kurz vorher, die Cepheiden in den Nachbargalaxien als gute Entfernungsideikatoren zur Verfügung. Auf ihnen konnte er eine Entfernungsleiter aufbauen, also andere, weiter reichende Methoden zur Entfernungsmessung entwickeln [9].

Interessanterweise glaubten beide, die Fluchtgeschwindigkeiten würden durch „ermüdendes Licht“ lediglich *vorgetäuscht*: der sogenannte „de-Sitter-Effekt“ [10], [11], und nicht durch ein expandierendes Weltall hervorgerufen. Der amerikanische Kosmologe Allan Sandage schrieb sogar, daß Hubble selbst niemals an eine solche Expansion geglaubt habe, sondern der Meinung war, eben diesen de-Sitter-Effekt, „ermüdendes Licht“, zu beobachten. Der Grund hierfür lag in einem systematischen Fehler in der Bestimmung der Helligkeiten seiner Galaxien, weswegen er

falsche Entfernungen erhielt, da er die Helligkeiten als Entfernungsindikatoren benutzte („Standardkerzen“!) [11], [8]. Erst die nächste Generation von Kosmologen, zu der auch Sandage gehörte, konnte zweifelsfrei zeigen, daß Licht nicht ermüdet und das Weltall wirklich expandiert [8], [11].—Damit war unser Weltbild dynamisch geworden:—

Wir leben in einem Weltall, in dem der Raum zwischen den Galaxien immer größer wird.

Wirtz und Hubble haben das—wider Willen!—entdeckt, aber nicht erkannt.

6 Entfernungen in einem expandierenden Weltall

6.1 Lichtlaufweg, Emissionsentfernung, heutige Entfernung

In diesem Vortrag dreht sich alles um Entfernungen im Weltall. Erlauben Sie mir jetzt, Sie mit diesem Begriff ein wenig zu verwirren!

Man hat Ihnen sicher schon einmal erzählt, daß Astronomen die Entfernungen im Weltall in Lichtjahren (lyr) angeben. (Sie tun das allerdings meist nur, wenn sie sich mit Laien unterhalten, normalerweise verwenden sie Parsec [Seite 9].) Das Lichtjahr ist anschaulicher als die Parsec, handelt es sich doch um den Weg, den das Licht in einem Jahr zurücklegt (in jeder *Sekunde* legt es 300 000 km zurück).

Die Abbildung 7 zeigt das am weitesten entfernte Objekt, das an der Sternwarte Lübeck jemals wissentlich photographiert wurde. Es handelt sich um den *Doppelquasar* QSO 0957+561 (das ist eine Katalognummer).

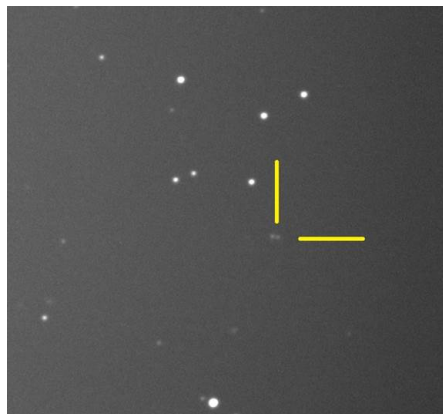


Abbildung 7: Doppelquasar QSO 0957+561. Aufnahme von Andreas Goerigk, Sternwarte Lübeck.

Quasare sind sehr weit entfernte Galaxien mit je einem Kerngebiet enormer Leuchtkraft, daher sind sie über gewaltige Entfernungen hinweg sichtbar. Dieser Doppelquasar ist in Wirklichkeit ein *einzelnes* (!!) Objekt. Auf der Sichtlinie zwischen uns und dem Quasar befindet sich eine Vordergrund-Galaxie, deren Schwerkraftfeld das Licht des Quasars so ablenkt, daß wir zwei Bilder von ihm erhalten. Man

nennt das eine „Gravitationslinse“.—Vielleicht ist Ihnen der Begriff schon einmal begegnet?

Uns interessiert hier aber nur die Entfernung dieses Quasars. Man kann ausrechnen, daß sein Licht, das uns jetzt gerade erreicht, mehr als neun Milliarden Jahre lang zu uns unterwegs war. (Der interessierte Leser sei auf den Anhang A verwiesen.) Also werden Sie schließen, daß der Quasar neun Milliarden Lichtjahre von uns entfernt ist.—Damit sind Sie aber leider im Irrtum! Zwar hat das Licht einen Weg von neun Milliarden Lichtjahren zurückgelegt, um zu uns zu gelangen, aber das ist nicht die Entfernung zwischen uns und dem Quasar.—Woran liegt das?

In einem Weltall, in dem alle Entfernungen ständig zunehmen (das gilt nicht für Dinge, die fest gebunden sind, wie die Erde, die Sonne, die Milchstraße oder auch wir selbst), hat sich auch die Entfernung zwischen unserem Quasar und uns während der Zeitspanne stetig vergrößert, in der das Licht, das uns jetzt gerade erreicht, zu uns unterwegs war. Wir müssen daher unterscheiden zwischen der heutigen Entfernung D_0 und der kleineren „Emissionsentfernung“ D_e , die der Quasar hatte, als er das Licht aussandte, das uns in diesem Augenblick erreicht. Ich habe dies in der Abbildung 8 dargestellt.

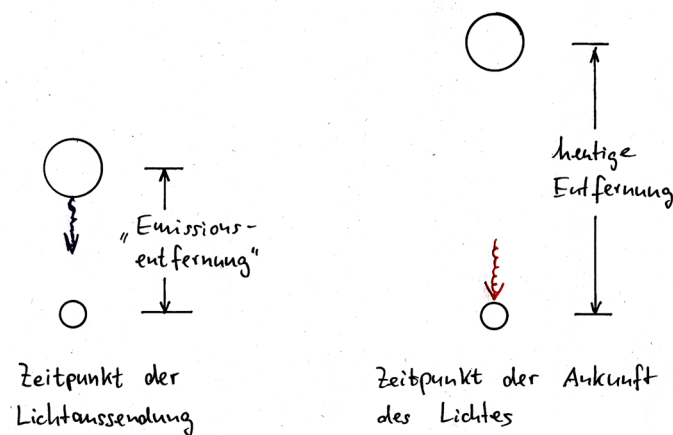


Abbildung 8: Ein Quasar (obere Kugel) sendet einen Lichtimpuls (Wellenlinie) aus (links). Die Entfernung, in der er sich dabei von der Erde (untere Kugel) befindet, ist seine *Emissionsentfernung* D_e . Wenn dieser Lichtimpuls mehrere Mrd. Jahre später die Erde erreicht, hat sich die Entfernung zum Quasar auf ihren *heutigen Wert* D_0 vergrößert (rechts). In der Kosmologie muß man zwischen diesen beiden Entfernungsangaben unterscheiden.

Als unser Quasar QSO 0957+561 das Licht aussandte, das, wie ich bereits erwähnte, neun Milliarden Jahre später in das Fernrohr unserer Sternwarte fiel, war er 5.7 Mrd. Lichtjahre von uns entfernt (für den interessierten Leser habe ich das im Anhang B vorgerechnet). Das ist seine „Emissionsentfernung“ D_e . Während das Licht zu uns unterwegs war, vergrößerte sich seine Entfernung auf ihren heutigen Wert von $D_0 = 13.8$ Mrd. Lichtjahren (Anhang B). Das liegt an der Expansion

des Weltalls. Jetzt muß ich Ihnen allerdings noch erklären, warum das Licht neun Mrd. Jahre benötigte, um aus einer Entfernung von „nur“ 5.7 Mrd. lyr zu uns zu kommen.

Die Antwort ist schnell gegeben: Nur weil der Quasar einen Lichtstrahl ausgesandt hat, der uns 9 Mrd. Jahre später erreichen wird, hört das Weltall nicht auf, zu expandieren. Dieser Lichtstrahl läuft daher einem zurückweichenden Ziel (uns) entgegen und legt deshalb einen längeren Weg zurück als die 5.7 Mrd. lyr Emissionsentfernung. Stellen Sie sich vor, Sie starten zu einem 100-Meter-Lauf (= Emissionsentfernung) und, nach Ihrem Start, zieht jemand die Ziellinie beständig zurück. Wenn Sie das Ziel schließlich erreichen, haben Sie einen längeren Weg zurückgelegt als die ursprünglichen 100 m. Dem Licht ergeht es nicht besser!

6.2 Je ferner, desto näher

„Jetzt ist der Walker komplett verrückt geworden!“ wird sich, angesichts dieser Überschrift, manch einer von Ihnen jetzt vielleicht denken. Um Sie davon zu überzeugen, daß dies noch nicht der Fall ist, möchte ich Ihnen die entfernteste Galaxie vorstellen, die man bisher mit Sicherheit identifiziert hat [12]. Sie trägt die Katalognummer z8_GND_5296. Ihre Rotverschiebung beträgt $z = 7.51$, das heißt, die Wellenlängen aller Fraunhofer-Linien ihres Spektrums sind um das 7.51fache ihrer Laborwellenlänge zum roten Ende des Spektrums hin verschoben. Die Lyman- α -Linie $\lambda 1216$ etwa ist von ihrer Laborwellenlänge $1216 \text{ \AA}$ im Ultraviolett in den infraroten Bereich auf $1.035 \mu\text{m}$ gewandert.

Heute ist diese Galaxie 29.3 Mrd. lyr von uns entfernt. Ihre Emissionsentfernung jedoch betrug „nur“ 3.4 Mrd. lyr. Das Licht war 13 Mrd. Jahre lang zu uns unterwegs, das heißt, der Lichtlaufweg beträgt 13 Mrd. lyr.[§] Als diese Galaxie das Licht aussandte, das wir Heutigen sehen, war das Weltall gerade einmal 700 Millionen Jahre alt!

Vergleichen Sie jetzt aber bitte diese Emissionsentfernung von 3.4 Mrd. lyr mit der des *näheren* Quasars QSO 0957+561, den ich Ihnen im vorigen Abschnitt (6.1) vorstellte: 5.7 Mrd. lyr! Das—heute—entferntere Objekt stand uns—damals—näher als das—heute—nähere Objekt. *Also stimmt meine Überschrift.*

Dieses scheinbare Paradoxon ist leicht aufzulösen. Wir dürfen die Zeit nicht unberücksichtigt lassen. Die Galaxie sandte ihr Licht vor 13 Mrd. Jahren aus, der Quasar vor neun. Vor 13 Mrd. Jahren dehnte sich das Weltall aber mit einer höheren Geschwindigkeit aus als vor neun Mrd. Jahren, so daß das zu dem früheren Zeitpunkt ausgesandte Licht, trotz der geringeren Emissionsentfernung, schließlich einen längeren Weg zu uns zurückzulegen hatte als das, später, vom Quasar ausgesandte: ersteres mußte gegen einen sich schneller weitenden Raum anlaufen als letzteres, war daher länger unterwegs. Vor 13 Mrd. Jahren stand uns der Quasar (falls es ihn schon gab) auch schon näher als die Galaxie, er hat sie also nicht

[§]Der geneigte Leser möge dies anhand der Formeln in den Anhängen A und B nachrechnen.

überholt. Nur hat uns das Licht, das er damals aussandte, eben wegen seiner auch damals schon geringeren Entfernung, längst erreicht.

Wie Sie sehen, muß man in einem expandierenden Weltall mit dem Entfernungsbegriff vorsichtig sein. Unser Weltbild gebietet uns, bei sehr weit entfernten Objekten zwischen der Emissionsentfernung, der heutigen Entfernung und dem Lichtlaufweg genau zu unterscheiden. „*Expanding Confusion*“ lautet denn auch der Titel eines astronomischen Fachartikels zu diesem Thema [13]. Weiterhin möchte ich Ihnen einen ganz hervorragenden Artikel von Hartmut Schulz hierzu empfehlen [14].

6.3 Galaxien befinden sich scheinbar in der Emissionsentfernung

Die Angabe der heutigen Entfernung einer Galaxie ist rein akademisch, denn das Licht, das sie heute aussendet, hat uns noch lange nicht erreicht. Wir sehen eine Galaxie immer so, als befände sie sich in ihrer Emissionsentfernung, wie sie also ausschaute, als sie das Licht aussandte, das heute bei uns ankommt. Wäre das nicht so, dann hätten wir niemals eine Chance, die „entfernteste“ Galaxie z8_GND_5296, die ich Ihnen gerade vorgestellt habe, im Fernrohr als ein flächiges Objekt zu sehen. Diese Galaxie ist nämlich eine Zwerggalaxie (wie alle Galaxien damals: die großen elliptischen und Spiralnebel entstanden erst später durch Kollisionen von Zwerggalaxien), und nur deshalb, weil wir sie so sehen, als wäre sie nur 3.4 Mrd. Lichtjahre entfernt, läßt sie sich in großen Fernrohren abbilden. Blickten wir aus der heutigen Entfernung von mehr als 29 Mrd. Lichtjahren auf sie, sähen wir nichts weiter als ein Lichtpünktchen.

Lassen Sie mich dies näher erläutern. Wir betrachten zu diesem Ende die Abbildung 9 auf der Seite 16.

Der dicke Balken $\overline{AC}$ des inneren Dreiecks ABC soll eine Galaxie darstellen, und wir, als Beobachter, befinden uns in dessen Punkt B . Würde das Weltall nicht expandieren, liefe das Licht von den Begrenzungspunkten A und C der Galaxie direkt zu uns, und wir sähen die Galaxie unter dem Winkel β , den die beiden Lichtstrahlen $\overline{AB}$ und $\overline{CB}$ am Punkt B (für „Beobachter“) bilden (dieser Winkel β ist dort nur mit einem Bogen bezeichnet). Unsere Entfernung zur Galaxie, also die Höhe des Dreiecks ABC , wäre die Emissionsentfernung D_e . Ich habe sie nicht eingezeichnet, um die Figur nicht zu sehr zu füllen. Da aber die Entfernung zu der Galaxie sehr groß und der Winkel β demzufolge winzig ist, können wir ohne weiteres die Schenkel $\overline{AB}$ und $\overline{CB}$ mit der Emissionsentfernung gleichsetzen.

Nun expandiert das Weltall aber, allerdings bleiben dabei alle Winkel zwischen jeweils zwei Lichtstrahlen (wir sprechen von „Geodätischen“) erhalten, so daß man die Expansion durch eine *zentrische Streckung* veranschaulichen kann, wie ich es in der Zeichnung der Abbildung 9 getan habe. Hier habe ich eine *zeitliche Entwicklung* dargestellt, wir blicken genau auf die Zeitachse. Das gestreckte (äußere) Dreieck $A'B'C'$ schwebt also eigentlich *über* dem ursprünglichen (inneren) $\triangle ABC$. Das Zentrum dieser Streckung liegt daher auch nicht in der Mitte der beiden Dreiecke, wie gezeichnet, sondern tief darunter, im „Keller“, sozusagen. Dieser

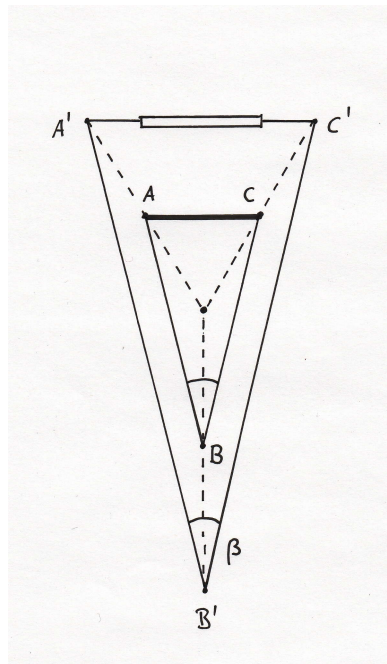


Abbildung 9: Expansion des Weltalls als zentrische Streckung.

Punkt repräsentiert den Urknall. $\triangle ABC$ liegt im „Erdgeschoß“, $\triangle A'B'C'$ auf dem „Dachboden“.—Gelingt Ihnen der räumliche Blick auf die Abb. 9?—Wir schauen nicht ins Unendliche: die beiden Dreiecke sind nicht gleich groß!

Während das Licht, von A und C ausgehend, zu uns unterwegs war, expandierte unser Dreieck ABC zusammen mit dem Weltall: B , der Beobachter, das sind wir, ist nach B' gewandert, wenn uns dieses Licht erreicht hat. B' ist unsere Position zum *heutigen* Zeitpunkt, da dieses Licht in unser Fernrohr fällt. In der gleichen Zeit wanderte die Galaxie $\overline{AC}$, mit der Expansion des Weltraums „mitschwimmend“, auf die Seite $\overline{A'C'}$ des expandierten Dreiecks $A'B'C'$. Dort befindet sie sich heute, und dort sehen wir sie in meiner Zeichnung als das leere kleine Rechteck. Da sie durch die Schwerkraft der Sterne, aus denen sie besteht, zusammengehalten wird, ist sie selbst nicht expandiert und behält ihre ursprüngliche Größe bei, daher ist das Rechteck genauso lang wie $\overline{AC}$.

Das Licht jedoch, einmal ausgesandt, ist von der Galaxie losgelöst, und der Lichtweg nimmt an der Expansion des Weltalls teil: die Aussendungspunkte A und C der betrachteten Lichtstrahlen, als reine richtungsangegebende Raumpunkte, wanderten von damals bis heute nach A' und C' . Wir erkennen:

1. Wenn uns in B' das Licht schließlich erreicht, dann scheinen die in A und C ausgesandten Lichtstrahlen von A' und C' gekommen zu sein. Der Winkel, den sie bei B' einschließen, ist unverändert, nämlich β .

2. *Wir sehen die Galaxie also unter dem gleichen Winkel β , unter dem sie uns erschiene, stünde sie in der Emissionsentfernung von uns.*

Aus meiner Zeichnung in der Abbildung 9 erkennen wir ferner, daß der Lichtlaufweg stets zwischen der Emissionsentfernung D_e und der heutigen Entfernung D_0 liegen muß:—

Wegen der—in der Realität—Kleinheit des Winkels β vernachlässigen wir wieder die Längenunterschiede zwischen Schenkeln und Höhen der Dreiecke ABC und $A'B'C'$.

Dann ist $\overline{AB} = D_e$ die Emissionsentfernung der Galaxie, $\overline{A'B'} = D_0$, entsprechend, die heutige Entfernung.

Das Licht begann seinen Weg zu uns auf der Strecke $\overline{AB}$ und beendete ihn auf der Strecke $\overline{A'B'}$. Offensichtlich ist der von dem Licht zurückgelegte Weg länger als $D_e = \overline{AB}$, denn das Licht kommt schließlich in B' an, nicht in B . Andererseits ist der Lichtweg kürzer als $D_0 = \overline{A'B'}$, denn das Licht wurde nicht in A' ausgesandt, sondern in dem, uns näheren, Punkt A . Das heißt:—

Der Lichtlaufweg ist größer als die Emissionsentfernung D_e und kleiner als die heutige Entfernung D_0 .

Schauen wir noch einmal auf die Galaxie z8_GND_5296:—

Die Emissionsentfernung ist $D_e = 3.4 \times 10^9$ lyr, die heutige Entfernung $D_0 = 23 \times 10^9$ lyr und der Lichtlaufweg $E = 13 \times 10^9$ lyr. Es gilt also, wie erwartet, $D_e < E < D_0$.

7 Und heute?

Der Physik-Nobelpreis 2011 ging an Saul Perlmutter, Adam Riess und Brian Schmidt. Sie verwendeten Supernovae als Standardkerzen, um die Entfernungen von Galaxien zu bestimmen, die so weit entfernt sind, daß ihr Licht sechs Milliarden Jahre lang zu uns unterwegs war.

Sie führten diese Untersuchungen durch, um herauszufinden, wie schnell die Ausdehnung unseres Universums *in der Vergangenheit* war,—und machten eine erstaunliche Entdeckung:—

Bis vor etwa sieben Milliarden Jahren wurde die Expansion des Weltalls abgebremst, seitdem aber erfolgt sie mit Beschleunigung.

Die Abbremsung läßt sich verstehen: das ist die Folge der gegenseitigen Anziehung der Galaxien. Die Beschleunigung jedoch ist rätselhaft. Die derzeit angebotene Erklärung ist eine Form von Energie, die zu einem negativen Druck führt. So etwas ist möglich, wenn diese Energie im Vakuum „versteckt“ ist. Mathematisch wird so etwas durch eine „kosmologische Konstante“ beschrieben. Für diese Energie hat sich der Name „*Dunkle Energie*“ eingebürgert.

Die „Dunkle Energie“ macht sich auch an anderer Stelle bemerkbar. Wäre nur Materie im Weltall vorhanden, dann müßte der Raum, im Großen, negativ gekrümmt sein. Der kürzeste Weg von A nach B wäre dann keine *gerade* Linie,

sondern eine solche, die der Raumkrümmung folgt. In zwei Dimensionen wäre eine Sattelfläche von dieser Art.

Untersuchungen der kosmischen 2.7-Kelvin-Hintergrundstrahlung haben aber gezeigt, daß das Weltall euklidisch ist, also der kürzeste Weg zwischen zwei Punkten tatsächlich eine Gerade darstellt. Aber dazu müßte die Massendichte wesentlich größer sein, als man anhand der Materieverteilung gefunden hat. Man geht nun davon aus, daß diese „Dunkle Energie“ den fehlenden Anteil liefert: fast 70 %. Energie und Masse sind, wie Einstein uns lehrte, nur zwei verschiedene Aspekte derselben Sache. Somit kann man zwischen Energie- und Massendichte nicht unterscheiden. Deshalb liefert die „Dunkle Energie“ einen Beitrag zur Massendichte (genauso könnte man sagen, die Materie liefere einen Beitrag zur Energiedichte).

Wir leben demnach in einem Weltall, dessen Massendichte nur zu ca. 30 % durch Materie ausgemacht wird. Davon wiederum ist nur etwa 1/6 von der uns bekannten Form, 5/6 wird durch die „Dunkle Materie“ ausgemacht. Man beobachtet die Gravitationswirkung dieser „Dunklen Materie“, weiß aber nicht, worum es sich handelt. Wahrscheinlich sind es noch unentdeckte Elementarteilchen. 70 % schließlich macht die „Dunkle Energie“ aus, die die Expansion des Weltalls beschleunigt.

Das ist unser Weltbild.—Wie lange wird es bestehen?

8 In memoriam Dieter Kasan

Dieter Kasan wurde am 10. März 1941 in Kosten (Westpreußen) geboren und verstarb am 29. Juli 2009 in Ratzeburg. Er wirkte als Gymnasiallehrer für die Fächer Mathematik und Physik an der *Lauenburgischen Gelehrtenschule* in Ratzeburg. Von 1990–2009 war er der Leiter der Sternwarte Lübeck.

Wie ich in der Einleitung andeutete, geht die Auswahl der Themen der ersten drei Kapitel dieses Vortrages auf Dieter Kasan zurück, weshalb ich seinen Namen mit über diese Arbeit gesetzt habe. Für die Kapitel 4–8 dagegen zeichne ich allein verantwortlich, ebenso für die beiden Appendices. Kosmologie war ein Steckenpferd Dieter Kasans, wie sie eines meiner Steckenpferde ist. So hoffe ich, daß es in seinem Sinne gewesen wäre, die genannten Kapitel einzufügen und das Weltbild, das er seinen Hörern und Schülern vermittelte, in die Weiten des Universums hinauszutragen.

Requiescat in pace.

A Die Rückblickzeit

Hier soll die Frage erörtert werden, *wann* eine Galaxie das Licht, das uns heute erreicht, ausgesandt hat. Da dieses Licht durch ein sich weitendes Weltall läuft, werden seine Wellenzüge mit gedehnt, so daß die Wellenlänge, die wir beobachten, größer ist als diejenige, mit der das Licht ursprünglich emittiert wurde. Dies nennt man die „*kosmologische Rotverschiebung*“.

Etwas präziser wird als „die Rotverschiebung“ die *relative* Wellenlängenänderung des Lichtes, die sich auf dem Weg von der Galaxie zu uns zugetragen hat, definiert. Man bezeichnet sie mit z :—

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_e} = \frac{\lambda_0 - \lambda_e}{\lambda_e} = \frac{\lambda_{\text{beobachtet}} - \lambda_{\text{emittiert}}}{\lambda_{\text{emittiert}}} =: z \quad .$$

Schreiben wir diese Gleichung ein wenig um, so ergibt sich

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_e} = 1 + z \quad . \quad (1)$$

Es gibt eine universelle Größe in der Kosmologie, die angibt, um welchen Faktor sich alle Abstände mit der Expansion des Weltalls vergrößern. Diese Größe ist der „relative Skalenfaktor“, den wir mit x bezeichnen wollen. Er ist vergleichbar mit dem Streckungsfaktor einer zentrischen Streckung in der Geometrie. Man definiert, daß $x(t_0) = 1$ sein soll, dabei bedeutet t_0 das heutige Alter der Welt. x bezieht sich also auf die Abstände im heutigen Weltall, daher *relativer* Skalenfaktor. Zu einer früheren Zeit $t < t_0$ waren alle Abstände kleiner, deshalb gilt $x(t) < 1$ für alle Zeiten t , die in der Vergangenheit liegen.

Auf die Wellenlängen in der Gleichung (1) angewandt, folgt demnach $\lambda_e = x(t_e) \cdot \lambda_0$ oder

$$x_e = x(t_e) = \frac{1}{1 + z} \quad . \quad (2)$$

Diese Gleichung wird als *Lemaître-Gleichung* bezeichnet. Sie liefert einen Zusammenhang zwischen der—beobachtbaren—Rotverschiebung z einer Galaxie und dem damaligen Wert x_e des relativen Skalenfaktors $x = x(t)$.—Beobachten wir etwa eine Galaxie mit $z = 0.5$, dann sagt die Lemaître-Gleichung, daß der relative Skalenfaktor damals, das heißt, zu der Zeit, da das Licht ausgesandt wurde, das uns heute erreicht, $x_e = 1/1.5 = 2/3$ betrug. Alle Abstände waren damals also um den Faktor $2/3$ kleiner als heute, etwas salopp ausgedrückt, war das Weltall damals um $1/3$ kleiner als heute. Nun ist der Theoretiker gefragt, auszurechnen, *wann* der relative Skalenfaktor x den aus der Rotverschiebung z abgeleiteten Wert besaß:—

Mit Hilfe eines Weltmodelles läßt sich das Weltalter t_e ausrechnen, zu dem der relative Skalenfaktor den Wert $x(t_e) = x_e = 1/(1 + z)$ besaß. Subtrahiert man t_e von dem heutigen Weltalter t_0 , erhält man die gesuchte Rückblickzeit.

Die zeitliche Veränderung des relativen Skalenfaktors ergibt sich aus der Friedmann-Gleichung (z. B. [6]):

$$\frac{1}{H_0^2} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = \frac{\Omega_m}{x} + \Omega_\Lambda x^2 \quad . \quad (3)$$

Ich habe sie nicht in allgemeiner Form angeschrieben, sondern nur für das momentan favorisierte Weltmodell, das „Konkordanz-Modell“. Darin bedeuten H_0 den

heutigen Wert der Hubble-Konstanten, Ω_m die heutige Dichte der Materie und Ω_Λ die heutige Massendichte der kosmologischen Konstanten, die der „Dunklen Energie“ zugeschrieben wird. Beide sind bezogen auf die heutige kritische Dichte. Ferner wird davon ausgegangen, daß $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$ ist, das Universum also im Großen keine Krümmung aufweist, mithin „euklidisch“ ist.

Die Gleichung (3) ist separabel: ihre Lösung $x = x(t)$ kann analytisch angegeben werden. Zuerst wird die Wurzel gezogen:—

$$\sqrt{\frac{\Omega_m}{x} + \Omega_\Lambda x^2} = \frac{1}{H_0} \frac{dx}{dt} ,$$

dann separiert:—

$$\begin{aligned} H_0 \int dt &= \int \frac{dx}{\sqrt{\frac{\Omega_m}{x} + \Omega_\Lambda x^2}} \\ &= \int \sqrt{\frac{x}{\Omega_m + \Omega_\Lambda x^3}} dx \\ &= \frac{2}{3 \sqrt{\Omega_\Lambda}} \operatorname{arsh} \sqrt{\frac{\Omega_\Lambda}{\Omega_m}} x^3 + \text{const.}, \end{aligned}$$

wie man sofort durch Differentiation bestätigt.

Bedeutet t die seit dem Urknall vergangene Zeit, also das Weltalter, dann ist $x(0) = 0$, denn beim Urknall waren alle Abstände Null, und die Integrationskonstante verschwindet aus der letzten Gleichung. Dann hat man den gesuchten Zusammenhang zwischen Weltalter und Skalenfaktor:—

$$\boxed{t = \frac{2}{3 H_0 \sqrt{\Omega_\Lambda}} \operatorname{arsh} \sqrt{\frac{\Omega_\Lambda}{\Omega_m}} x^3} . \quad (4)$$

Diese Gleichung kann für den Doppelquasar QSO 0957+561 ausgewertet werden. Zu diesem Ende setzen wir die derzeit für aktuell geltenden Werte für die Parameter der Gl. (4) ein:—

Hubble-Konstante:	$H_0 = 71 \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}}$
rel. Dichte der Materie:	$\Omega_m = 0.27$
rel. Massendichte der kosmologischen Konstanten:	$\Omega_\Lambda = 0.73$

Dann ergibt sich:

Rotverschiebung:	$z = 1.41$	[6]
rel. Skalenfaktor bei Lichtaussendung:	$x_e = 0.4149$	(Lemaître-Gl. [2])
Weltalter bei Lichtaussendung:	$t_e = 4^{\text{a}}58 \times 10^9$	(Gleichung [4])

Das heutige Alter des Weltalls erhält man aus der Gleichung (4), wenn dort $x = 1$ gesetzt und die Parameterwerte beibehalten werden:—

$$t_0 = 13^{\text{a}}67 \times 10^9 .$$

Hieraus folgt als Rückblickzeit

$$t_0 - t_e = 9^{\text{a}}09 \times 10^9 .$$

Vor mehr als 9 Milliarden Jahren also sandte dieser Quasar das Licht aus, das uns heute erreicht. Der Lichtlaufweg ist daher $E = c(t_0 - t_e) = 9.09 \times 10^9 \text{ lyr.}$

B Heutige und Emissionsentfernung

Zunächst beginne ich mathematisch-präzise mit dem radialen Anteil der Robertson-Walker-Metrik (nicht D. Walker!):—

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R^2(t) d\chi^2 . \quad (5)$$

Der hiermit nicht vertraute Leser möge diese Gleichung ignorieren: ein anschaulicherer Zugang folgt mit der Gleichung (6).

χ ist eine dimensionslose radiale Koordinate in einem räumlichen Bezugssystem, dessen Koordinatenachsen *mit dem Universum expandierenden*. Wir nennen solches ein „mitbewegtes System“. $R = R(t)$ ist der „kosmische Skalenfaktor“, über den die Expansion des Weltalls eingeht:—

Einem räumlichen Abstand $d\chi$ im mitbewegten System entspricht der Abstand $R(t) d\chi$ in einem „normalen“ System mit starren Achsen, dem „Ruhsystem“. Während sich $d\chi$ mit der Zeit überhaupt nicht verändert, vergrößert sich $R(t) d\chi$ mit der Zeit, da der Skalenfaktor $R(t)$ mit der Zeit größer wird: im Ruhsystem nimmt der Abstand zu: Expansion des Weltalls. Ein Punkt mit einer festen Koordinate $\chi = \text{const.}$ ruht im mitbewegten System. Er ruht aber nicht im Ruhsystem, sondern nimmt an der Expansion des Raumes teil: er bewegt sich *mit dem Raum*, ohne sich *durch den Raum* zu bewegen (Eigenbewegung = 0).

t bedeutet die „Weltzeit“: eine im gesamten Universum gleiche Koordinatenzeit.

Mathematisch gesprochen, besagt die Gleichung (5), daß ein Beobachter, der sich während der Zeit dt um $R(t) d\chi$ von einem Ereignis wegbewegt, dabei den Weg ds in der vierdimensionalen Raumzeit zurücklegt.—Physikalisch gesehen, ist ds/c die Spanne an „Eigenzeit“, die für diesen Beobachter dabei vergeht: die der Beobachter auf seiner Uhr abliest.

Wir sehen, daß für einen Beobachter, der, im mitbewegten System, an Ort und Stelle bleibt, für den also $d\chi = 0$ ist, die Eigenzeit $ds/c = dt$ ist, also gleich der Weltzeit. Solch ein Beobachter tut nichts weiter, als mit dem expandierenden Weltraum „mitzuschwimmen“.

Wir legen jetzt den geometrischen Abstand zwischen zwei verschiedenen Punkten zu einer festgehaltenen Zeit t als die Entfernung fest, die der Länge eines Lichtstrahles zwischen diesen Punkten entspricht.

Wir können das, wegen der Zeitabhängigkeit des Skalenfaktors $R(t)$, zunächst nur für zwei unendlich nahe aneinanderliegende Punkte tun, zwischen denen die Lichtlaufzeit dem kleinen Zeitintervall dt entspricht:—

Auf einem Lichtstrahl vergeht keine Eigenzeit, daher ist $ds = 0$, und, dies in die Gleichung (5) eingesetzt, ergibt einen Zusammenhang zwischen der räumlichen Distanz $R(t) d\chi$ dieser Punkte und der Lichtlaufzeit dt zwischen diesen:—

$$R(t) d\chi = c dt \quad . \quad (6)$$

Der nicht mit der Robertson-Walker-Metrik vertraute Leser möge diese Gleichung als die Abstandsdefinition ansehen, denn sie ist anschaulich: ein Beobachter, der im Ruhssystem (feste Koordinatenachsen) mißt, stellt fest, daß sich ein an ihm vorbeilaufender Lichtstrahl mit der Lichtgeschwindigkeit c ausbreitet: innerhalb der Zeit dt legt er den Weg $R(t) d\chi$ zurück.

Sind die Punkte nicht unendlich nahe beieinander, wollen wir also die Entfernung einer Galaxie der Rotverschiebung z berechnen, müssen wir die Gleichung (6) integrieren. Zu diesem Ende schreiben wir den Skalenfaktor als

$$R(t) =: R_0 x(t) \quad ,$$

dabei ist R_0 der heutige Wert des Skalenfaktors, und $x(t)$ ist der *relative Skalenfaktor*, den wir schon im Anhang A kennengelernt haben.

Wenn t_0 die heutige Zeit und t_e den Zeitpunkt bedeutet, zu dem die beobachtete Galaxie das Licht aussandte, das uns heute erreicht, dann wird aus der Gleichung (6):—

$$R_0 \chi = c \int_{t_e}^{t_0} \frac{dt}{x(t)} \quad . \quad (7)$$

Auf der linken Seite steht die Entfernung χ dieser Galaxie im mitbewegten System, malgenommen mit dem heutigen Wert R_0 des Skalenfaktors, insgesamt also ihre heutige Entfernung D_0 .

Das Integral auf der rechten Seite kann vermitteltst der Friedmann-Gleichung (3) ausgerechnet werden:—

$$c \int_{t_e}^{t_0} \frac{dt}{x(t)} = c \int_{x_e}^1 \frac{dx}{\dot{x} x} \quad ,$$

gemäß der Substitutionsregel. Dabei wurde verwendet, daß der relative Skalenfaktor heute ($t = t_0$) den Wert $x(t_0) = 1$ besitzt und zum Zeitpunkt der Lichtaussendung ($t = t_e$) den Wert $x(t_e) = x_e$ besaß. Nach der Friedmann-Gleichung ist

$$\dot{x} = H_0 \sqrt{\frac{\Omega_m}{x} + \Omega_\Lambda x^2} \quad ,$$

womit das letzte Integral übergeht in

$$\frac{c}{H_0} \int_{x_e}^1 \frac{dx}{\sqrt{\Omega_m x + \Omega_\Lambda x^4}} \quad .$$

Setzt man dies in die rechte Seite der Gleichung (7) ein und schreibt D_0 für die linke Seite, so ergibt sich

$$\boxed{D_0 = \frac{c}{H_0} \int_{x_e}^1 \frac{dx}{\sqrt{\Omega_m x + \Omega_\Lambda x^4}}} \quad . \quad (8)$$

Dies ist die heutige Entfernung der Galaxie. Das Integral muß numerisch gelöst werden, was aber kein Problem ist.

Die Emissionsentfernung D_e ergibt sich, wenn in der Gleichung (7) χ nicht mit R_0 , sondern mit $R(t_e) = R_0 \cdot x_e$ malgenommen wird. Es ist also

$$\boxed{D_e = x_e \cdot D_0} \quad . \quad (9)$$

x_e und die Rotverschiebung z der Galaxie hängen über die Lemaître-Gleichung (2) zusammen:

$$x_e = \frac{1}{1+z} \quad .$$

Setzen wir in die Gleichung (8) die gleichen Parameterwerte ein wie im Appendix A, dann ergibt das Integral für den Quasar QSO 0957+561 ($z = 1.41$) den Wert 1.0017, womit $D_0 = 13.8 \times 10^9$ lyr und $D_e = 5.7 \times 10^9$ lyr folgen.

Die Galaxie z8_GND_5296 hat die Rotverschiebung $z = 7.51$, dafür nimmt das Integral den Wert 2.1302 an, und man erhält $D_0 = 29.3 \times 10^9$ lyr bzw. $D_e = 3.4 \times 10^9$ lyr.

Literatur

- [1] J. Herrmann: *dtv-Atlas zur Astronomie*, 2. Aufl., dtv, 1974.
- [2] METZLER: *Physik*, 3. Aufl., Schroedel-Verlag, 1998.
- [3] R. Feldhay: SuW 6/2009, S. 44 ff.
- [4] V. Bialas: SuW 12/2009, S. 42 ff.
- [5] E. Kühn: SuW 10/2009, S. 42 ff.
- [6] H.-H. Voigt: *Abriß der Astronomie*, 6. Aufl., Wiley-VCH, 2012.
- [7] G. Hoeppe: SuW 10 | 2003, Seite 34ff.
- [8] D. Walker: POLARIS 79 (2/2010), 80 (3/2010), 81 (1/2011) und Literaturangaben dort, Preprint-Versionen sind auf der Homepage der Sternwarte Lübeck vorhanden.
- [9] M. Rowan-Robinson: *The Cosmological Distance Ladder*, Freeman, 1985.
- [10] P. J. E. Peebles: *Principles of Physical Cosmology*, Princeton, 1993.
- [11] A. R. Sandage: *Practical Cosmology: Inventing the Past*, in: A. R. Sandage, R. G. Kron, M. S. Longair: *The Deep Universe*, Saas-Fee Advanced Course 23, Springer, 1995.
- [12] J. Hattenbach: SuW 3 | 2014, S. 23 ff.
- [13] T. M. Davis, C. H. Lineweaver: Publ. of the Astr. Soc. of Australia, **21**, 97 (2004).
- [14] H. Schulz: SuW 2 | 97, S. 124 ff.